Β΄ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ (4-ΩΡΟ)
ΔΙΔΑΣΚΟΥΣΑ: ΣΩΦΡΟΝΙΟΥ ΙΦΙΓΕΝΕΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ (ΕΝΟΤΗΤΑ 3- Ακκ, ΕΝΟΤΗΤΑ 1 -Βκκ)

1. Αν $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{4}{5}$ και $0^0 < \theta < 90^{\mathbf{0}}$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
$A = 12\varepsilon\varphi\theta - 5\eta\mu\theta$ (Απ.: Α=6)

2. Να δείξετε ότι:
$$\frac{\eta\mu(180+\chi)\cdot\sigma\upsilon\nu(270-\chi).\,\varepsilon\varphi(270+\chi)}{\eta\mu(360-\chi)} = \sigma\upsilon\nu\chi$$

3. Αν $\eta\mu\theta = \dfrac{3}{5}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε:
(α) τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ
(Απ.: $\sigma\upsilon\nu\theta = -\frac{4}{5}$, $\varepsilon\varphi\theta = -\frac{3}{4}$, $\sigma\varphi\theta = -\frac{4}{3}$)
(β) την τιμή της παράστασης $A = \dfrac{10\eta\mu\theta - 5\sigma\upsilon\nu\theta}{8\varepsilon\varphi\theta + 7}$. (Απ.: Α=10)

4. (α) i) Αν $\eta\mu\theta = \frac{12}{13}$ και $90° < \theta < 180°$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
$$K = \frac{5\varepsilon\varphi\theta - 12\sigma\varphi\theta}{13\sigma\upsilon\nu\theta}$$ (Απ.: $K = \frac{7}{5}$)

ii) Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{1-\eta\mu\omega} - \varepsilon\varphi\omega = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\omega}$, $0° < \omega < 90°$

(β) Αν σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $2\eta\mu\Gamma \cdot \sigma\upsilon\nu A = \eta\mu B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

5. Να υπολογίσετε το εμβαδόν τριγώνου με πλευρές $\boldsymbol{\alpha = 3}$**cm**, $\boldsymbol{\beta = 6}$**cm** και γωνία $\hat{\boldsymbol{\Gamma}} = \mathbf{30^0}$.
(Απ.: $E = \frac{9}{2}\ \tau.\mu.$)

6. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{30}°$, $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{4\sqrt{2}\ cm}$ και $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{8\ cm}$.
Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{\mathbf{B}}$ του τριγώνου. (Απ. : $\hat{B} = 45^o$ ή 135^o)

7. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ οι πλευρές $\boldsymbol{\beta = \gamma = 2}$ **cm** και $\boldsymbol{\alpha = 2\sqrt{3}}$ **cm**

α) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας Α (Απ.: $\hat{A} = 120^o$)

β) Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ. (Απ.: $E = \sqrt{3}\ \tau.\mu.$)

8. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν ισόπλευρου τριγώνου πλευράς **α** δίνεται από τον τύπο

$$\mathrm{E} = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4}.$$

9. Σε τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι $\beta = 5cm,\ \gamma = 5\sqrt{3}\ cm$ και $\hat{A} = 30°$.

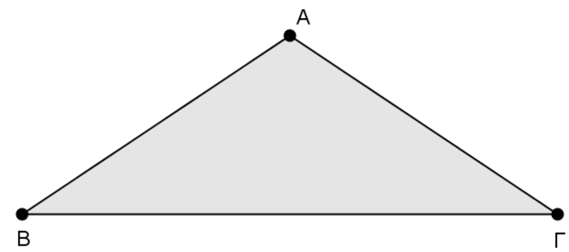
(α) Να επιλύσετε το τρίγωνο. (Απ.: $\alpha = 5cm, \hat{B} = 30^o\ ,\ \hat{\Gamma} = 120^o$)

(β) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου. (Απ. : $E = \frac{25\sqrt{3}}{4}\ \tau.\mu.$)

10. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ).

Αν η γωνία Α είναι 120° και η πλευρά ΒΓ=$4\sqrt{3}$ cm, να επιλύσετε το τρίγωνο.

(Απ.: $\hat{B} = \hat{\Gamma} = 30^o\ , \beta = \gamma = 4cm$)



11. Να επιλύσετε το τρίγωνο $\overset{\triangle}{\mathbf{ΑΒΓ}}$ με

$\boldsymbol{\alpha = 1}$**cm**, $\boldsymbol{\gamma = \sqrt{3}}$**cm** και $\boldsymbol{\hat{\Gamma} = 60^0}$ $\boldsymbol{\left(A < 90^0\right)}$ (Απ.: $\hat{A} = 30^o\ ,\ \hat{B} = 90^o\ ,\ \beta = 2cm$)

12. Αν σε τρίγωνο $\overset{\triangle}{\mathbf{ΑΒΓ}}$ ισχύει μια από τις πιο κάτω σχέσεις, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές

α) $\boldsymbol{\alpha\eta\mu A = \beta\eta\mu B}$

β) $\boldsymbol{\eta\mu A = 2\eta\mu B\sigma\upsilon\nu\Gamma}$

13. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\dfrac{\sigma\upsilon\nu^2 x \cdot \varepsilon\varphi^2 x + \sigma\varphi^2 x \cdot \eta\mu^2\, x}{\varepsilon\varphi\ x \cdot \sigma\varphi\ x} = 1$

14. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\alpha = \sqrt{3}cm,\ \beta = 1cm,\ \hat{B} = 30°,\ \hat{A} < 90°$

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

β) Αν $\hat{A} = 60°$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου. (Απ.: $E = \frac{\sqrt{3}}{2}\ \tau.\mu.$)

15. Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{3}{5}$ και $270° < \omega < 360°$, να βρείτε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς $(\eta\mu\omega, \varepsilon\varphi\omega, \sigma\varphi\omega, \tau\varepsilon\mu\omega, \sigma\tau\varepsilon\mu\omega)$

(Απ.: $\eta\mu\omega = -\frac{4}{5}$, $\varepsilon\varphi\omega = -\frac{4}{3}$, $\sigma\varphi\omega = -\frac{3}{4}$)

16. (α) Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ αν $\alpha = 3cm$, $\hat{B} = 120^0$ και $\hat{\Gamma} = 30^0$

(Απ.: $\hat{A} = 30^o$, $\gamma = 3cm$, $\beta = 3\sqrt{3}\ cm$)

(β) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A - \alpha\beta\sigma\upsilon\nu\Gamma = \gamma^2 - \alpha^2$

17. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ, αν:

α) $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$ και $\varepsilon\varphi\theta > 0$ β) $\eta\mu\theta < 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$

(Απ.: 1^o , 4^o)

18. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται $\hat{A} = 30°$, $\beta = 4\ cm$ και $\gamma = 6\ cm$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου. (Απ.: $E = 6\ \tau.\mu.$)

19. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\sigma\upsilon\nu^2\theta \cdot \varepsilon\varphi^2\theta + \eta\mu^2\theta \cdot \sigma\varphi^2\theta = 1.$$

β) Αν $\sigma\upsilon\nu\theta = -\frac{7}{25}$ και $180^o < \theta < 270^o$, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\boldsymbol{\eta\mu\theta}$, $\boldsymbol{\varepsilon\varphi\theta}$ και $\boldsymbol{\sigma\varphi\theta}$. (Απ.: $\eta\mu\theta = -\frac{24}{25}$, $\varepsilon\varphi\theta = \frac{24}{7}$, $\sigma\varphi\theta = \frac{7}{24}$)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ (ΕΝΟΤΗΤΑ 1- Ακκ)

1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

α) $A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{75}$,

β) $A = \sqrt[4]{\alpha^3} \div a^{\frac{1}{4}} \cdot \alpha^{-\frac{1}{2}}$, $a > 0$

2. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

(α) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{12}) =$

(β) $(\sqrt{7} - 2)^2 =$

(γ) $\sqrt{2}\left(\sqrt{32}-\sqrt{8}\right)=$

(δ) $\sqrt[5]{64}:\sqrt[5]{2}+\sqrt[3]{16}.\sqrt[3]{4}+\sqrt{2}.\sqrt{50}=$

(ε) $\sqrt{2}\,(\sqrt{8}+\sqrt{50})$ =

(στ) $\sqrt[3]{5+\sqrt{9}}=$

(ζ) $\sqrt{2}.\sqrt{8}=$

(η) $2\sqrt{16}+\sqrt[3]{8}=$

(θ) $3^{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt[3]{3^2}\cdot\sqrt[3]{2}-2\cdot 2^{\frac{1}{3}}$

(ι) $(\sqrt{9+\sqrt{6}})\cdot(\sqrt{9-\sqrt{6}})\div\sqrt{3}$

3. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

(α) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (β) $\frac{11}{6-\sqrt{3}}$ (γ) $\frac{4}{\sqrt{5}+1}$

4. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $2\mathrm{x}^3+16=0$

(β) $\mathrm{x}^{\frac{1}{2}}=4, x\geq 0$

(γ) $\sqrt{x+3}=2,\ x\geq -3$

(δ) $x^4-27x=0$

(ε) $\sqrt{x-5}=4\ , x\geq 5$

(στ) $\sqrt[4]{x^2-9}=2$

(ζ) $(3x-5)^{\frac{3}{2}}\ =\ 8\ \ ,\ \ x\geq\frac{5}{3}$

(η) $x^2-5=\sqrt{13+\sqrt{7+\ \sqrt[3]{8}}}$

5. Δίνονται οι παραστάσεις $A=\sqrt[3]{81}:\sqrt[3]{3}+\sqrt{2}\cdot\sqrt{32}$ και $B=\dfrac{1}{2-\sqrt{2}}+\dfrac{1}{2+\sqrt{2}}$

(α) Να αποδείξετε ότι $\mathrm{A}=11$ και $\mathrm{B}=2$.

(β) Να λύσετε την εξίσωση $x^3=-4B$

(γ) Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τις τιμές των Α και Β.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $\boldsymbol{f(\chi)=\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma}$, ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ (ΕΝΟΤΗΤΑ 6- Ακκ)

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\mathbf{2\chi^2+5\chi-3=0}$

2. Να λύσετε τις ανισώσεις: (α) $x^2-7x-8\geq 0$

(β) $2x^2-7x+3>0$

(γ) $x^2-5x+6<0$

(δ) $x^2+2x-8\leq 0$

3. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{3x^2-11x+6}{x^2-9}$

4. Δίνεται η εξίσωση $3x^2+2x-6=0$, με ρίζες x_1, x_2. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις, χωρίς να λύσετε την εξίσωση.

(α) x_1+x_2 (β) $x_1\cdot x_2$

(γ) $\dfrac{6}{x_1}+\dfrac{6}{x_2}$ (δ) $9x_1^2\cdot x_2+9x_1\cdot x_2^2$

5. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2+6x-2=0$, χωρίς να τη λύσετε:
(α) Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων x_1+x_2 και $x_1\cdot x_2$
(β) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή του κλάσματος $\frac{x_1+3x_1\cdot x_2+x_2}{3x_1\cdot x_2}$

6. Αν x_1 , x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $2x^2-3x+1=0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
α) x_1+x_2 β) $x_1\cdot x_2$ γ) $\frac{2}{x_1}+\frac{2}{x_2}$

7. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\kappa + 2)x - 2\kappa + 1 = 0$. Να βρείτε την τιμή του κ, ώστε η εξίσωση να έχει:

α) Λύση τον αριθμό -1.

β) Λύσεις αντίθετες.

γ) Λύσεις αντίστροφες.

8. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + 5x + 4 = 0$. Αν x_1 , x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων (χωρίς να την λύσετε)

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

9. Αν x_1 , x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - (\lambda + 2)x + 2\lambda = 0$, να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε: (α) η μία ρίζα να είναι το -2,

(β) οι ρίζες να μην είναι πραγματικές,

(γ) οι ρίζες να είναι αντίστροφες,

(δ) να ισχύει η σχέση $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \leq 2$

10. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 4x + 2 = 0$, να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων (χωρίς να λύσετε την εξίσωση):

i) $x_1 + x_2$

ii) $x_1 x_2$

iii) $2x_1 - 15x_1x_2 + 2x_2$

iv) $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2}$

v)

11. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 1)x + 2\lambda + 5 = 0$. Να υπολογίσετε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, έτσι ώστε η εξίσωση να έχει:

i) Ρίζες αντίθετες.

ii) Ρίζες αντίστροφες.

iii) Μία λύση τον αριθμό -1.

vi) $P = S$.

12. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής

$\boldsymbol{f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma \quad \alpha \neq 0}$

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

α) Το πεδίο ορισμού της f.

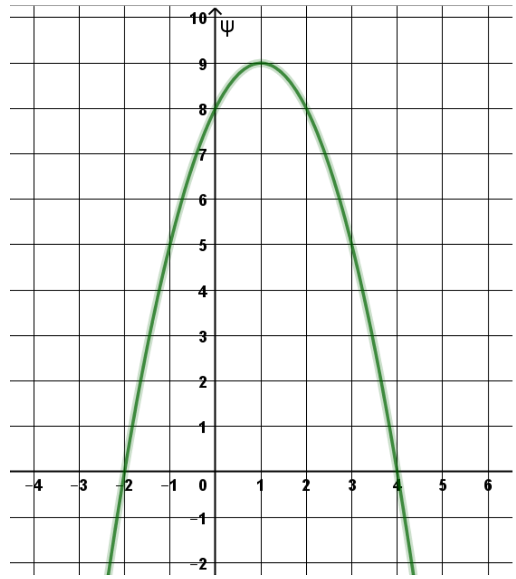
β) Το σύνολο τιμών της f.

γ) Το πρόσημο του α και της

διακρίνουσας Δ της εξίσωσης $\boldsymbol{f(x) = 0}$

δ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της και τις συντεταγμένες της κορυφής της.

ε) Τις λύσεις της εξίσωσης $\boldsymbol{f(x) = 0}$



13. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$. Να βρείτε:

(α) Το Πεδίο Ορισμού της συνάρτησης.

(β) Το Σύνολο Τιμών της συνάρτησης.

(γ) Το πρόσημο του α .

(δ) Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ .

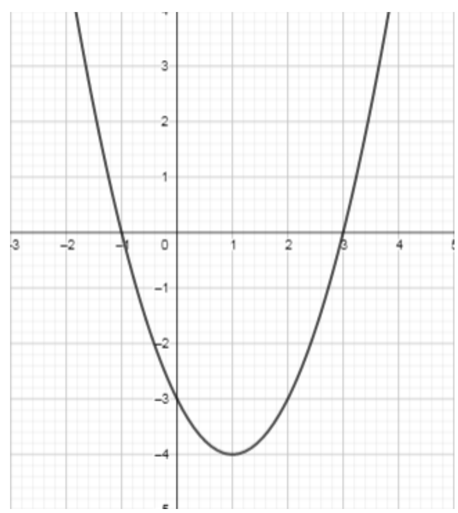
(ε) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.

(στ) Τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.

(ζ) Τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $f(x) = 0$.

(η) Την τιμή του γ.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας .



14. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής
$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \quad \alpha \neq 0$

Να βρείτε:

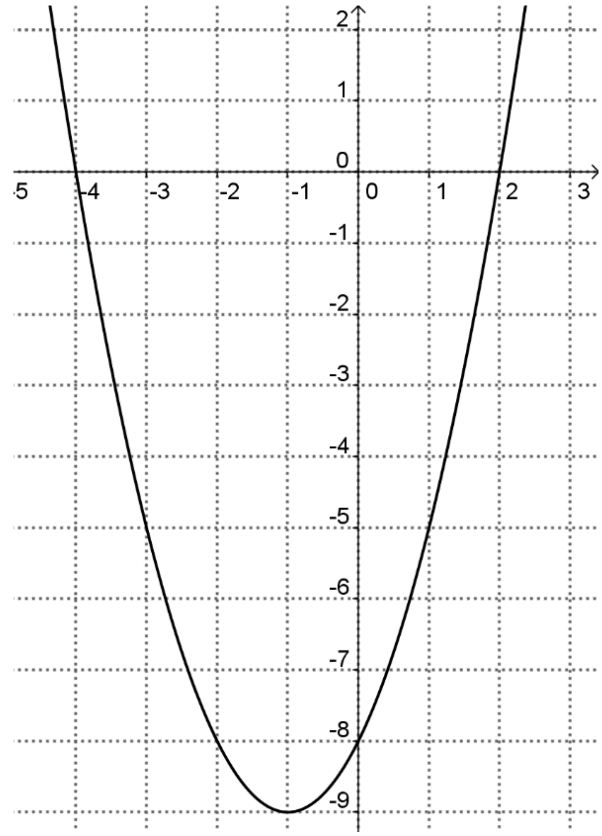
α) Το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης.

β) Το πρόσημο του α και το πρόσημο της διακρίνουσας Δ.

γ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.

δ) Την κορυφή της παραβολής και την ελάχιστη τιμή της ($\psi_{\varepsilon\lambda\acute{\alpha}\chi\iota\sigma\tau o}$).

ε) Την τιμή του γ.



15. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma,\ \alpha \neq 0.$

Με βάση το σχήμα, να απαντήσετε τα πιο κάτω ερωτήματα.

Να βρείτε:

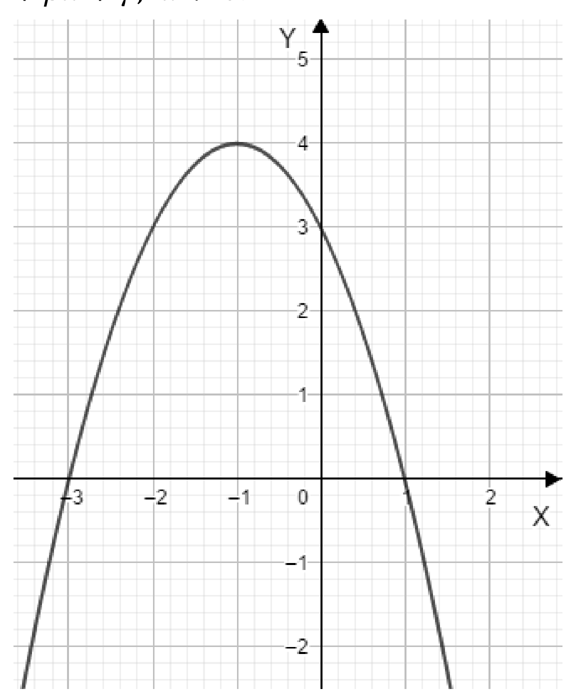
α) Το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης $f(x)$.

β) Την κορυφή της παραβολής.

γ) Τον άξονα συμμετρίας της παραβολής.

δ) Το πρόσημο του α και της διακρίνουσας Δ.

ε) Τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ (ΕΝΟΤΗΤΑ 8 -Ακκ, ΕΝΟΤΗΤΑ 7 -Βκκ)

1. Τις πρώτες δεκαπέντε μέρες του περασμένου Μάη οι μέγιστες θερμοκρασίες που παρατηρήθηκαν στη Λεμεσό ήταν οι ακόλουθες:

$$\mathbf{18,\ 20,\ 23,\ 18,\ 25,\ 20,\ 23,\ 23,\ 19,\ 24,\ 23,\ 20,\ 25,\ 19.}$$

   Να υπολογίσετε την επικρατούσα τιμή, την διάμεσο τιμή και την μέση τιμή των θερμοκρασιών.

2. Η μέση τιμή ηλικίας έξι φίλων είναι 40 χρόνια. Οι πέντε από αυτούς έχουν ηλικίες 28, 32, 55, 43 και 37 χρόνια. Να βρείτε την ηλικία του έκτου.

3. Δίνονται η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση των βαθμολογιών στην τελική εξέταση στο μάθημα των μαθηματικών 2 τμημάτων της Β΄ Λυκείου κατεύθυνσης.

Τμήμα	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση
B_1	13,2	1,4
B_2	14,3	2,4

   Να βρείτε ποιο από τα πιο πάνω τμήματα παρουσιάζει μεγαλύτερη ομοιογένεια.

4. Το διπλανό φυλλογράφημα παρουσιάζει τις ηλικίες των καθηγητών και των καθηγητριών του σχολείου μας.
   Να βρείτε:
   (α) την ηλικία του μεγαλύτερου καθηγητή και την ηλικία της μικρότερης καθηγήτριας
   (β) την επικρατούσα τιμή των ηλικιών των καθηγητριών
   (γ) το εύρος των ηλικιών των καθηγητών

καθηγητές		καθηγήτριες
3110	6	
964200	5	05
88850	4	037
9765	3	45558

5. Οι θερμοκρασίες σε βαθμούς Κελσίου που καταμετρήθηκαν την πρώτη εβδομάδα του Ιούνη στη Λάρνακα ήταν : $\mathbf{30, 30, 28, 32, 33, 30, 34.}$
   Να υπολογίσετε:
   (α) τη μέση θερμοκρασία των πιο πάνω θερμοκρασιών, και
   (β) τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή των θερμοκρασιών.

6. Σε δύο δείγματα A και B δίνονται $\overline{x_A} = 45$, $S_A = 3$, $\overline{x_B} = 65$, $S_B = 6$.
   (α) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής για το κάθε ένα από τα πιο πάνω δείγματα.

   (β) Να βρείτε πιο από τα δείγματα A και B παρουσιάζει μεγαλύτερη ομοιογένεια και να εξηγήσετε γιατί.

7. Οι απουσίες 8 μαθητών κατά το δεύτερο τετράμηνο φαίνονται πιο κάτω:

7, 10, 5, 11, 14, 3, 10, 12

Να βρείτε:

α) Τη μέση τιμή των απουσιών.

β) Την επικρατούσα τιμή των απουσιών.

8. Το πιο κάτω φυλλογράφημα παρουσιάζει τις απουσίες που έκαναν **15** μαθητές της Γ τάξης στο πρώτο τετράμηνο.

5	**9**
4	**2 8**
3	**0 1 1 1**
2	**4 5 5**
1	**0 2**
0	**3 7 8**

(α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο, το πρώτο τεταρτημόριο, το τρίτο τεταρτημόριο και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος των απουσιών του πρώτου τετραμήνου.

(β) Το δεύτερο τετράμηνο οι ίδιοι μαθητές σημείωσαν τις πιο κάτω απουσίες:

45, 8, 9, 18, 18, 38, 25, 26, 27, 26, 9, 0, 11, 18, 32

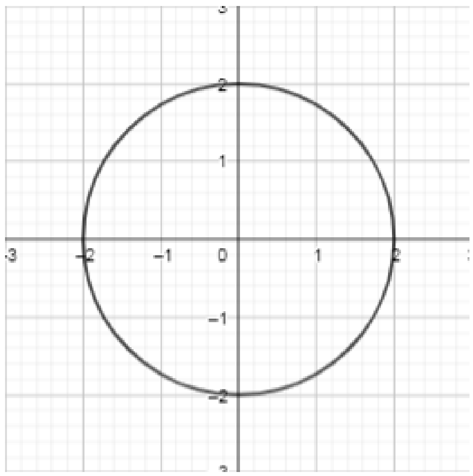
Να κατασκευάσετε το φυλλογράφημα που παρουσιάζει τις απουσίες του δεύτερου τετραμήνου.

9. Ο βαθμός τετραμήνου στο μάθημα των Μαθηματικών για κάθε μαθητή συνυπολογίζεται από τους βαθμούς του προειδοποιημένου διαγωνίσματος με βαρύτητα 50%, του απροειδοποίητου διαγωνίσματος με βαρύτητα 20%, της κατ’ οίκον εργασίας με βαρύτητα 20% και της συμμετοχής στην τάξη με βαρύτητα 10%. Να υπολογίσετε τον βαθμό τετραμήνου που θα έχει στο δελτίο επίδοσης, στο μάθημα των Μαθηματικών, ένας μαθητής που βαθμολογήθηκε με 17 στο προειδοποιημένο διαγώνισμα, 15 στο απροειδοποίητο, 20 στην κατ’ οίκον εργασία και 15 για τη συμμετοχή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ (ΕΝΟΤΗΤΑ 2-Βκκ)

1. Να εξετάσετε κατά πόσο οι πιο κάτω γραφικές παραστάσεις είναι γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων. Στις περιπτώσεις που ορίζεται συνάρτηση, να αναφέρεται το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της.

(α)

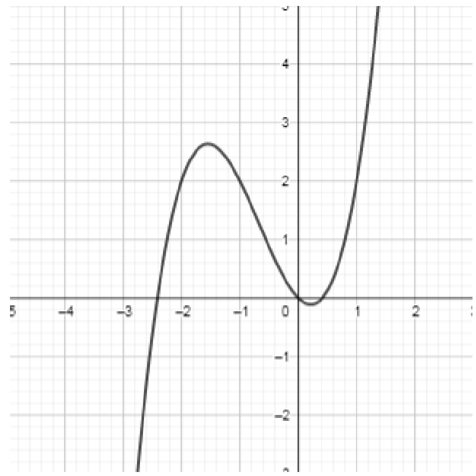


……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

(β)

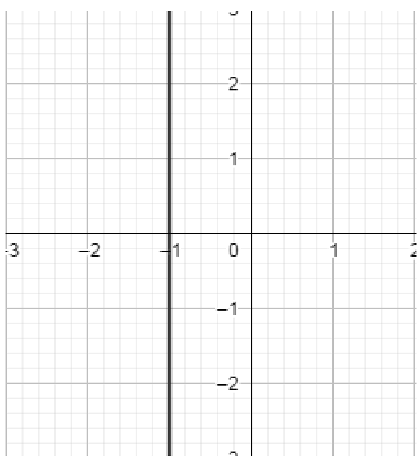


……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

(γ)

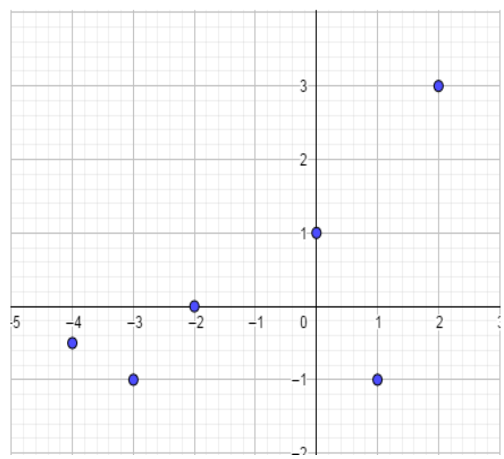


……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

(δ)

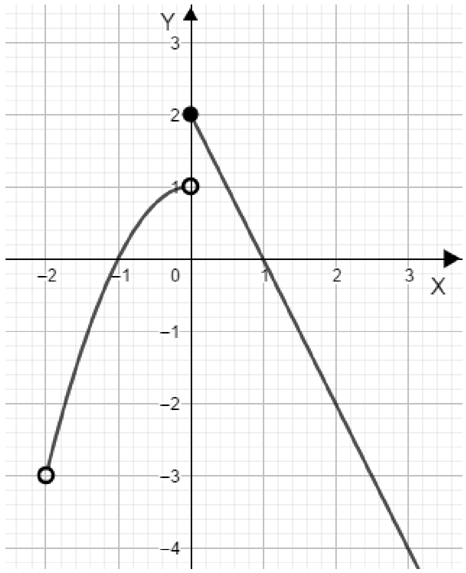


……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της πιο κάτω συνάρτησης:



3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $f(x) = x^2 - 5x + 3$ β) $f(x) = \frac{x-1}{x+3}$

4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης, αιτιολογώντας την απάντησή σας:

$$\mathbf{f(\chi) = \frac{\chi}{\chi^2 - 1}}\ .$$

5. Να βρείτε το **πεδίο ορισμού** και το **σύνολο τιμών** της συνάρτησης:

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{2x-1}{x+4}}$$

6. Δίνονται συναρτήσεις f και g με τύπους $f(x) = x + 1$ και $g(x) = \frac{x-1}{x}$.

Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $f + g$ και $\frac{f}{g}$.

(Να γίνουν όλες οι δυνατές πράξεις)

7. Δίνονται οι συναρτήσεις $\boldsymbol{f}$ και $\boldsymbol{g}$ με τύπους $\boldsymbol{f(x) = \frac{x+2}{x-2}}$ και $\boldsymbol{g(x) = \frac{x-4}{x^2-2x}}$.

Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $\boldsymbol{f + g}$ και $\boldsymbol{\frac{f}{g}}$.
(Να γίνουν όλες οι δυνατές πράξεις.)

8. Δίνεται η συνάρτηση $f: A \to \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = \dfrac{2x}{x-1}$.

(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
(β) Να βρείτε το σύνολο τιμών της.
(γ) Να εξετάσετε αν είναι συνάρτηση 1 – 1.
(δ) Δίνεται η συνάρτηση $g: B \to \mathbb{R}$ με τύπο $g(x) = \dfrac{2x^2+2x}{x^2-1}$. Να προσδιορίσετε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ στο οποίο οι συναρτήσεις f και g είναι ίσες.

9. (α) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x+5}{\sqrt{x-5}}$ και $g(x) = \frac{x}{x^2-25}$.
Να ορίσετε τις συναρτήσεις $f \cdot g$ και $\frac{g}{f}$.

(β) Να εξετάσετε αν οι πιο κάτω συναρτήσεις $f: A \to \mathbb{R}$ και $g: B \to \mathbb{R}$ $A, B \subseteq \mathbb{R}$ είναι ίσες. Στην περίπτωση που $f \neq g$ να προσδιορίσετε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$, ώστε οι συναρτήσεις να είναι ίσες.

$f(x) = \frac{x^2+5x+6}{x+2}$ και $g(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$

10. Να εξετάσετε κατά πόσο οι συναρτήσεις $f: A \to \mathbb{R}$ και $g: B \to \mathbb{R}$ $A, B \subseteq \mathbb{R}$ είναι ίσες. Στην περίπτωση που ισχύει $\mathbf{f \neq g}$**,** να προσδιορίσετε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ για το οποίο είναι $\mathbf{f = g}$**.** Δίνονται: $\mathbf{f(\chi) = \chi - 1}$ και $\mathbf{g(\chi) = \dfrac{\chi^2 - 4\chi + 3}{\chi - 3}}$

11. Δίνονται οι συναρτήσεις f και g με τύπους $f(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$ και $g(x) = \frac{x^2-x}{x+1}$
Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $f + g$ και $f \cdot g$
(να γίνουν όλες οι δυνατές πράξεις)