

**Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (4 ωρο)**

**ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: ΣΩΦΡΟΝΙΟΥ ΙΦΙΓΕΝΕΙΑ, ΛΟΪΖΙΔΟΥ ΜΥΡΙΑ**

**ΕΝΟΤΗΤΑ 4 : ΟΡΙΖΟΥΣΕΣ - ΕΥΘΕΙΑ**

1. Να υπολογίσετε τις ορίζουσες:

$$(1) \begin{vmatrix} -10 & 16 \\ -5 & 9 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} \sqrt{2} & 2 \\ 2 & \sqrt{2} \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 2 & 100 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$(4) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

2. Να υπολογίσετε την ορίζουσα του πίνακα  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$ :

(α) αναπτύσσοντας την κατά τα στοιχεία της 2<sup>ης</sup> στήλης.

(β) αναπτύσσοντας την κατά τα στοιχεία της 3<sup>ης</sup> γραμμής.

(γ) με τον κανόνα του Sarrus.

3. Να λύσετε την εξίσωση:  $\begin{vmatrix} -1 & \chi & 0 \\ \chi & -1 & \chi \\ 0 & \chi & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & \chi \\ \chi & -1 \end{vmatrix}$

4. Δίνονται τα σημεία  $A(5, -2)$ ,  $B(3, 4)$  και η ευθεία  $\varepsilon: 4\chi - 3\psi + 15 = 0$ . Να βρείτε:

(α) τις συντεταγμένες του μέσου  $M$  του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$

(β) το μήκος του  $AB$

(γ) την εξίσωση της ευθείας  $\varepsilon_1$  που περνά από τα σημεία  $A$  και  $B$

(δ) την εξίσωση της μεσοκάθετης του ευθύγραμμου τμήματος  $AB$

(ε) την απόσταση του σημείου  $B$  από την ευθεία  $\varepsilon$

(στ) την τιμή του  $\alpha$ , ώστε τα σημεία  $A$ ,  $B$  και  $\Delta(\alpha, 0)$  να είναι συνευθειακά.

5. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από το σημείο  $A(-1, 2)$  και:

(α) είναι παράλληλη με την ευθεία  $2x - y + 5 = 0$

(β) είναι κάθετη στην ευθεία  $3x + y - 1 = 0$ .

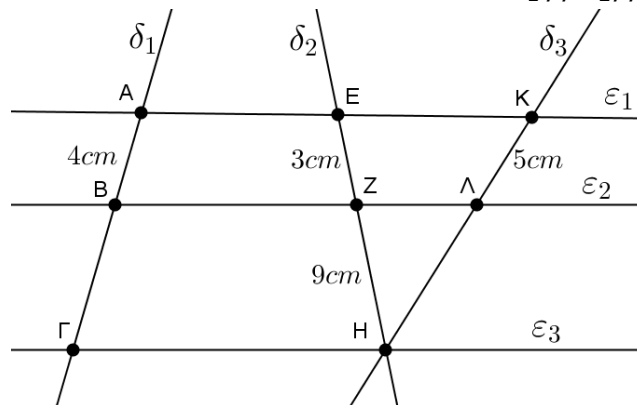
6. (α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο  $A(1, 2)$  και είναι παράλληλη με την ευθεία  $y = 2x - 6$ .

(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο  $B(1, 4)$  και σχηματίζει γωνία  $135^\circ$  με τον άξονα των τετμημένων.

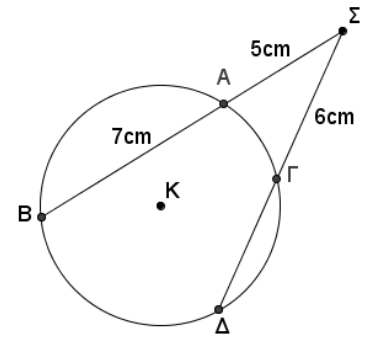
7. Αν  $A(-1,3)$ ,  $B(1,-1)$  να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η ευθεία  $AB$  με την ευθεία  $x+3y+1=0$ .
8. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με κορυφές  $A(5,2)$ ,  $B(1,8)$  και  $\Gamma(-5,4)$ . Να βρείτε:  
 (α) το μήκος της πλευράς  $AB$   
 (β) τη γωνία  $\Gamma$   
 (γ) το εμβαδό του τριγώνου  $AB\Gamma$   
 (δ) την απόσταση του σημείου  $A$  από την ευθεία  $B\Gamma$
9. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου  $\mu \in \mathbb{R}$ , για τις οποίες οι ευθείες  $(\varepsilon_1): (2\mu + 1)x - 3\mu y - 2 = 0$  και  $(\varepsilon_2): 3\mu x + (\mu + 2)y + 1 = 0$  είναι κάθετες.
10. Τα σημεία  $A(-1,4)$  και  $B(7,6)$  είναι διαδοχικές κορυφές ενός ρόμβου  $AB\Gamma\Delta$ . Η εξίσωση μιας διαγωνίου του ρόμβου είναι  $y = x - 1$ . Να βρείτε:  
 (α) την εξίσωση της άλλης διαγωνίου του ρόμβου  
 (β) το σημείο τομής των διαγωνίων του ρόμβου  
 (γ) τις συντεταγμένες των δυο άλλων κορυφών του ρόμβου  
 (δ) το εμβαδόν του ρόμβου  
 (ε) την εφαπτομένη της γωνίας  $\Delta\hat{A}B$ .
11. Σε παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  δίνονται οι εξισώσεις των πλευρών του:  
 $AB: x - \psi + 3 = 0$  και  $B\Gamma: 2x - \psi + 3 = 0$ .  
 Αν  $E(-1, 3)$  είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του, να βρείτε:  
 (α) τις συντεταγμένες των κορυφών του  $B$  και  $\Delta$   
 (β) την εξίσωση της διαγωνίου του  $A\Gamma$

## ΕΝΟΤΗΤΑ 9 : ΘΕΩΡΗΜΑ ΘΑΛΗ - ΟΜΟΙΟΤΗΤΑ

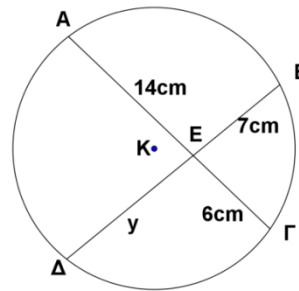
1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται  $AB = 4\text{cm}$ ,  $EZ = 3\text{cm}$ ,  $ZH = 9\text{cm}$ ,  $K\Lambda = 5\text{cm}$  και  $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$ . Να υπολογίσετε τα μήκη  $B\Gamma$  και  $\Lambda\text{H}$ .



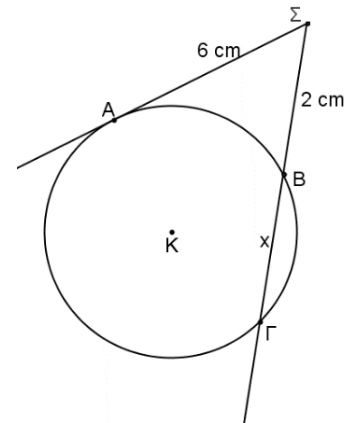
2. Να υπολογίσετε το μήκος της χορδής ΓΔ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



3. Δίνεται κύκλος με κέντρο το Κ. Αν  $ΑΕ = 14 \text{ cm}$ ,  $ΕΓ = 6 \text{ cm}$ ,  $ΒΕ = 7 \text{ cm}$  και  $ΕΔ = \gamma \text{ cm}$  να βρείτε την τιμή του  $\gamma$ .



4. Στο διπλανό σχήμα,  $\Sigma Α = 6 \text{ cm}$ ,  $\Sigma Β = 2 \text{ cm}$  και  $ΒΓ = x \text{ cm}$ . Να υπολογίσετε το  $x$ .



5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ( $\hat{Α} = 90^\circ$ ) φέρουμε το ύψος ΑΔ. Να αποδείξετε ότι  $(ΑΔ)^2 = (ΔΒ) \cdot (ΔΓ)$

6. Δίνεται τυχαίο τετράπλευρο ΑΒΓΔ,  $ΑΕ // ΒΓ$  και  $ΒΕ // ΑΔ$ . Να δείξετε ότι:

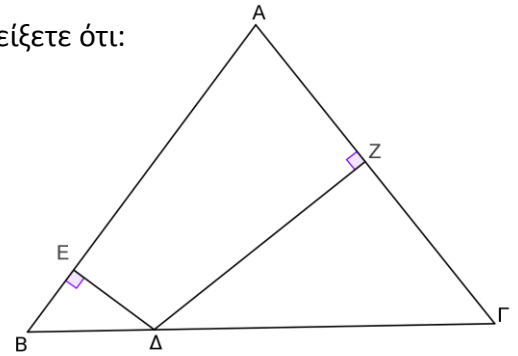
(α) Τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΕΒΓ είναι όμοια.

(β) Να υπολογίσετε την ΒΕ αν  $(ΑΔ) = 5 \text{ cm}$  και  $(ΔΕ) = \frac{1}{3}(ΔΓ)$

7. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές ( $AB = A\Gamma$ ). Από τυχαίο σημείο  $\Delta$  της  $B\Gamma$  φέρουμε τη  $\Delta E$  κάθετη στην  $AB$  και τη  $\Delta Z$  κάθετη στην  $A\Gamma$ . Να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα  $\Delta EB$  και  $\Delta Z\Gamma$  είναι όμοια.

(β)  $(\Delta E)(\Delta\Gamma) = (\Delta Z)(\Delta B)$ .



8. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$ . Από σημείο  $E$  πάνω στην προέκταση της  $B\Gamma$  (προς το  $\Gamma$ ) φέρουμε κάθετη που τέμνει τη διαγώνιο  $B\Delta$  στο σημείο  $Z$ .

(α) Να δείξετε ότι  $(BZ) \cdot (B\Delta) = (B\Gamma) \cdot (BE)$ .

(β) Αν  $B\Delta = 15 \text{ cm}$ ,  $BZ = 2 \text{ cm}$  και  $B\Gamma = 5 \text{ cm}$ , να υπολογίσετε το μήκος του  $BE$ .

9. Ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ( $O, \rho$ ). Από την κορυφή  $A$  φέρνουμε μια ευθεία  $\eta$  οποία τέμνει την  $B\Gamma$  στο  $\Delta$  και τον κύκλο στο  $E$ .

(α) Να αποδείξετε ότι:  $(AB)^2 = (A\Delta) \cdot (AE)$ .

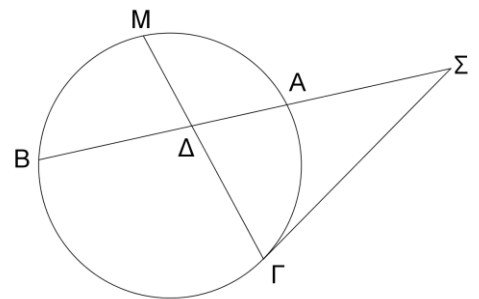
(β) Αν  $(AB) = 2 \text{ cm}$  και  $(\Delta E) = 3 \text{ cm}$ , να βρείτε το μήκος του  $A\Delta$ .

10. Από σημείο  $\Sigma$  εκτός κύκλου φέρουμε τυχαία τέμνουσα  $\Sigma AB$  και την εφαπτομένη  $\Sigma\Gamma$  του κύκλου. Αν  $M$  είναι το μέσο του μικρού τόξου  $AB$  και  $\Delta$  το σημείο τομής της  $\Gamma M$  με την  $AB$ , να δείξετε ότι:

(α) Τα τρίγωνα  $B\Gamma\Delta$  και  $A\Gamma M$  είναι όμοια και να γράψετε τον λόγο των πλευρών τους.

(β) Να δείξετε ότι  $(\Gamma B)(M\Gamma) = (\Gamma M)(B\Delta)$ .

(γ) Να δείξετε ότι  $(\Sigma\Gamma)^2 = (\Sigma A)(\Sigma B)$ .



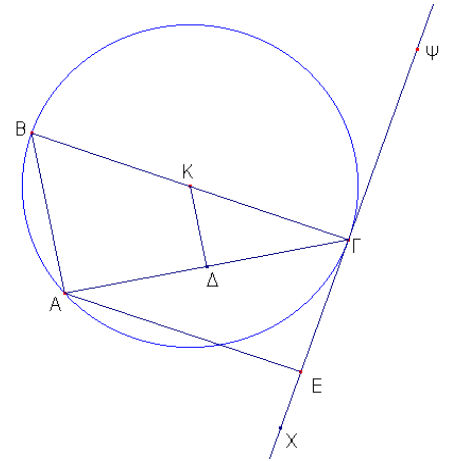
11. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (Κ,Ρ) με διάμετρο ΒΓ.

Η χΓψ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ, η ΚΔ ⊥ ΑΓ και η ΑΕ ⊥ χΓψ. Να δείξετε τα πιο κάτω δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας:

(α) Τα τρίγωνα ΑΒΓ, ΑΚΔ είναι όμοια.

(β)  $(ΑΒ) \cdot (ΚΑ) = (ΔΚ) \cdot (ΒΓ)$

(γ)  $(ΕΓ)^2 = (ΕΖ) \cdot (ΕΑ)$

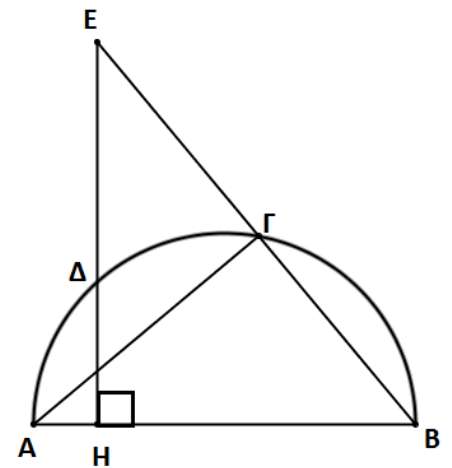


12. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο ΑΒ και χορδή ΒΓ. Από σημείο Δ του ημικυκλίου, φέρουμε τη ΔΗ κάθετη στην ΑΒ που τέμνει την προέκταση της ΒΓ στο Ε.

α) Να δείξετε ότι  $(ΒΓ)(ΒΕ) = (ΒΗ)(ΒΑ)$

β) Αν  $(ΒΗ) = \frac{3}{2}(ΒΓ)$  και η περίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ

είναι ίση με 10cm, να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου ΒΕΗ.



**ΕΝΟΤΗΤΑ 8 – ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ  $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$  – ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ**

1. Να σχεδιάσετε πρόχειρα τη γραφική παράσταση των καμπύλων (χωρίς πίνακα αντίστοιχων τιμών):

(α)  $y = x^2$

(β)  $y = 2x^2$

(γ)  $y = -3x^2$

(δ)  $y = x^2 - 1$

(ε)  $y = -x^2 + 2$

(στ)  $y = (x - 1)^2$

(ζ)  $y = (x + 1)^2$

(η)  $y = -(x + 1)^2 - 3$

(Να βρείτε τον άξονα συμμετρίας και το ακρότατο σε κάθε μια από τις πιο πάνω καμπύλες)

2. Για τις συναρτήσεις που ακολουθούν να βρείτε

(i) άξονα συμμετρίας (ii) την μέγιστη ή ελάχιστη τιμή του  $y$

(α)  $y = -x^2 + 4$

(β)  $y = x^2 - 6$

(γ)  $y = (x - 4)^2 - 1$

(δ)  $y = -2(x + 1)^2$

(ε)  $y = (x - 1)^2 + 2$

(στ)  $y = (x + 5)^2$

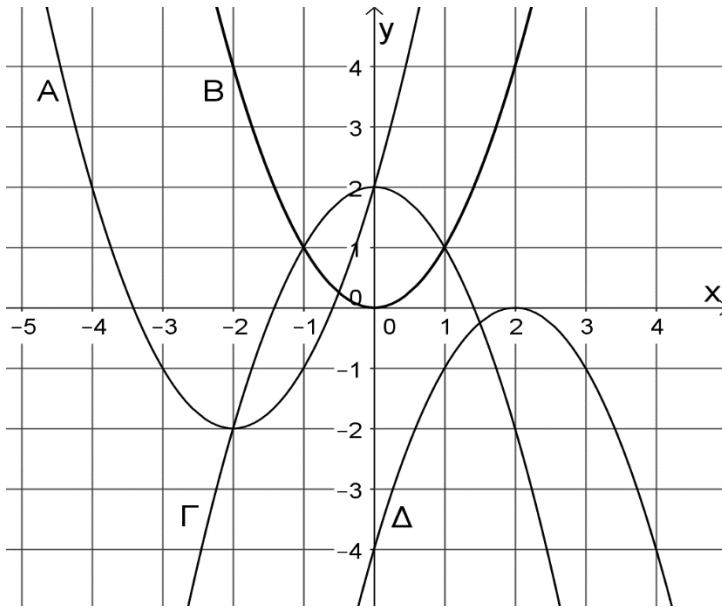
(ζ)  $y = (x - 2)^2$

(η)  $y = -(x - 4)^2 + 3$

3. Να χαρακτηρίσετε ορθή (Ο) ή λάθος (Λ) καθεμιά από τις πιο κάτω προτάσεις:

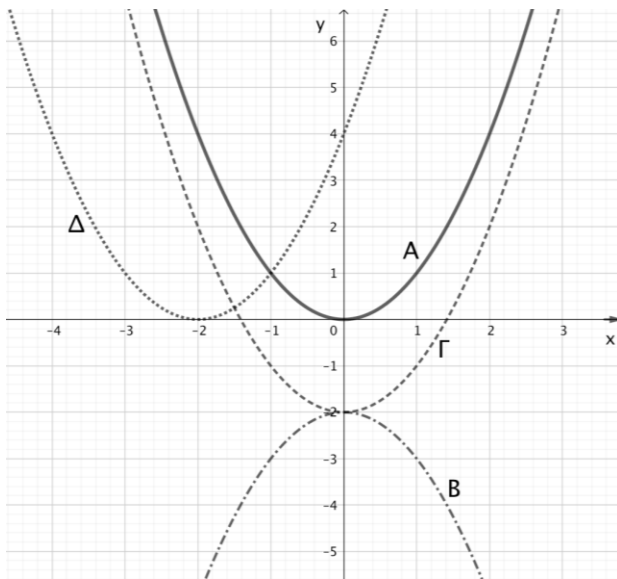
ΠΡΟΤΑΣΗ	Ο / Λ
(α) Η παραβολή $f(x) = 2x^2$ έχει μέγιστο	
(β) Οι συναρτήσεις $y = x^2 + 6x$ και $y = -(x + 3)^2 + 9$ έχουν την ίδια κορυφή.	
(γ) Όταν η $f(x) = x^2$ μετατοπίζεται 2 μονάδες αριστερά τότε γίνεται $g(x) = (x + 2)^2$	
(δ) Όταν η $f(x) = -x^2$ μετατοπίζεται 3 μ. αριστερά και 2 μ. κάτω τότε γίνεται $g(x) = -(x + 3)^2 - 2$	
(ε) Όταν η $f(x) = x^2$ μετατοπίζεται 4 μ. δεξιά και 1 μ. πάνω τότε γίνεται $g(x) = (x + 4)^2 + 1$	

4. Να συμπληρώσετε τον πίνακα αντιστοιχίζοντας κάθε γραφική παράσταση με τον σωστό τύπο.



Τύπος Συνάρτησης	Γραφική Παράσταση
$y = x^2$	
$y = -(x-2)^2$	
$y = -x^2 + 2$	
$y = (x+2)^2 - 2$	

5. Να συμπληρώσετε τον πίνακα γράφοντας τον σωστό τύπο κάθε συνάρτησης A, B, Γ, Δ που φαίνονται στο σχήμα.



ΤΥΠΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ	ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ
	A
	B
	Γ
	Δ