

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ 4-ΩΡΟ Β' ΤΑΞΗ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

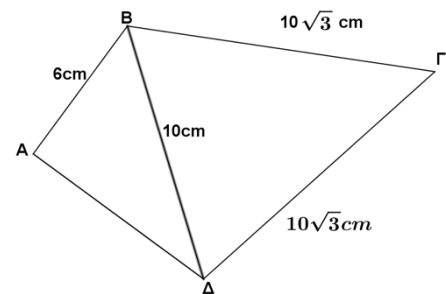
ΤΜΗΜΑΤΑ: ΒΘΜ4

ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ: Λ. Μύρια

Α. ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

1. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\hat{A} = 30^\circ$, $a = 4\sqrt{2}$ cm και $b = 8$ cm. Να υπολογίσετε τη γωνία \hat{B} του τριγώνου.
2. Να επιλυθεί τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 30^\circ$, $b = 4$ cm και $\gamma = 4\sqrt{3}$ cm.
3. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $a \cdot \eta\mu A = b \cdot \eta\mu B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.
4. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $2\eta\mu A \cdot \epsilon\upsilon\sigma\upsilon\eta\Gamma = \eta\mu B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

5. Στο διπλανό τετράπλευρο ΑΒΓΔ δίνονται τα μήκη των πλευρών $AB=6$ cm, $BD=10$ cm και $BG=GD=10\sqrt{3}$ cm. Να υπολογίσετε:
α) το μέτρο της γωνίας Γ
β) το εμβαδό του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ



6. α) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $a = 3\sqrt{3}$ cm, $\hat{A} = 60^\circ$ και $b = 3$ cm. Να βρείτε:
ι) τη γωνία Β του τριγώνου,
ιι) την πλευρά γ του τριγώνου,
ιιι) το εμβαδόν του τριγώνου.
β) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\beta\gamma\sigma\upsilon\eta A + \alpha\gamma\sigma\upsilon\eta B - \gamma^2 = 0$
7. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει: $\frac{2\alpha}{\beta-3\gamma} = \frac{2\eta\mu A}{\eta\mu B-3\eta\mu\Gamma}$.

B. ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 + 1$ με πεδίο ορισμού το σύνολο $A = \{-1, 0, 2, 4\}$. Να γράψετε το γράφημα της f .

2. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ και $g(x) = \frac{x^2+x}{x}$

Να βρείτε:

(α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f

(β) τον τύπο και το πεδίο ορισμού της $f \cdot g$

3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων.

α) $f(x) = x^3 - 5x$

β) $g(x) = \frac{3}{x^2-4}$.

4. Δίνονται οι συναρτήσεις $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $g: B \rightarrow \mathbb{R}$, $A, B \subseteq \mathbb{R}$ με τύπους

$$f(x) = \frac{x^2-9}{x^2-2x-3} \text{ και } g(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων f και g .

β) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης g .

γ) Να εξετάσετε κατά πόσο οι συναρτήσεις f και g είναι ίσες. Στην περίπτωση που ισχύει $f \neq g$, να προσδιορίσετε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του \mathbb{R} , για το οποίο $f = g$.

Γ. ΕΚΘΕΤΙΚΗ - ΛΟΓΑΡΙΘΜΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

1. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $2^x \cdot 2^{x+1} = 8$

β) $\log_2(x+1) = 3$

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $7^{x+1} = 7^3$

β) $\log(x+21) = \log x + 3\log 2$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log[\log(3x-2)] = 0$

β) $9^x - 3^x - 6 = 0$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $x = \log_6 6$

β) $5^{x-1} = 125$.

5. Να λύσετε την εξίσωση: $\log 3x = \log 12 + \log 2$.

6. Η τιμή P (σε ευρώ) ενός καινούριου αυτοκινήτου μειώνεται από τη στιγμή που θα αγοραστεί σε σχέση με το χρόνο t (σε χρόνια), σύμφωνα με τον τύπο $P = 15000 \cdot e^{-\frac{t}{10}}$. Να υπολογίσετε:

(α) την τιμή του αυτοκινήτου, ύστερα από 5 χρόνια

(β) σε πόσα χρόνια περίπου η τιμή του αυτοκινήτου θα είναι €5000.

Δ. ΟΡΙΟ – ΠΑΡΑΓΩΓΟΣ

1. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω όρια:

$$(α) \lim_{x \rightarrow -\infty} (5x^2 - 7x + 2) \qquad (β) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x - 4}$$

2. Να υπολογίσετε τα όρια:

$$α) \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2x^2 - 5x + 1) \qquad β) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4}$$

3. Να υπολογίσετε την πρώτη παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων:

$$(α) y = x^5 + 3x^2 + 4, x \in \mathbb{R}$$

$$(β) y = \frac{4}{x^3} + \sqrt{x}, x > 0$$

4. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = -x^2 + 3x$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο $A = (x_0, f(x_0))$ με $x_0 = 2$.

5. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε (αν υπάρχουν) τα πιο κάτω όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

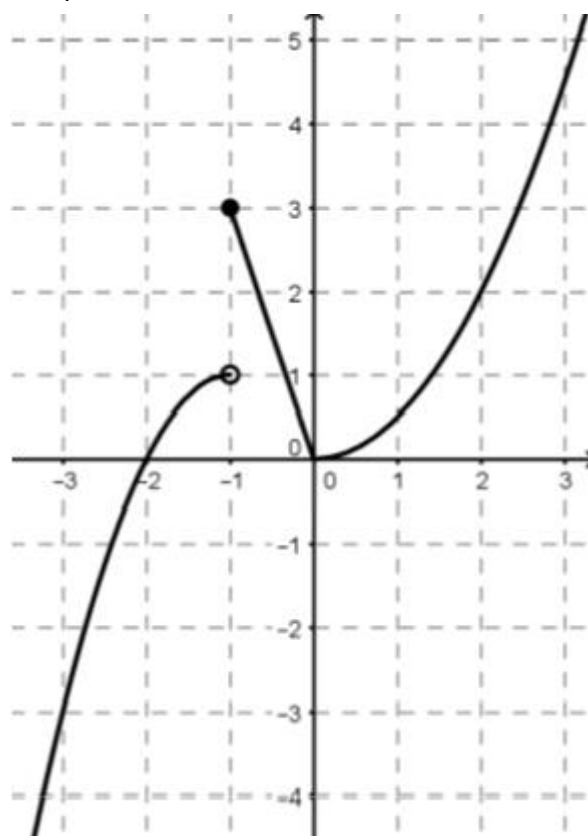
$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$



Ε. ΑΚΟΛΟΥΘΙΕΣ

- Δίνεται η Αριθμητική Πρόοδος 2, 5, 8, 11, ... Να υπολογίσετε:
(α) τον όγδοο όρο (a_8)
(β) το άθροισμα των οχτώ πρώτων όρων (S_8)
- Αν οι αριθμοί $2x - 2$, x , $x - 3$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να υπολογίσετε την τιμή του x .
- Δίνεται η πρόοδος $1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \dots$. Να βρείτε:
(α) το είδος της προόδου (β) τον έκτο όρο της προόδου (γ) το S_∞
- Να υπολογίσετε το άθροισμα $3 + 6 + 12 + 24 + \dots + 192$.
- Να βρείτε τον γεωμετρικό μέσο των αριθμών 2 και 32.
- Δίνεται Γεωμετρική Πρόοδος με $a_3 = 5$ και $a_6 = \frac{5}{8}$. Να υπολογίσετε:
(α) a_5 (β) S_∞
- Σε Αριθμητική Πρόοδο το άθροισμα του πρώτου και πέμπτου όρου είναι 30, ενώ ο τρίτος και ο τέταρτος όρος της έχουν άθροισμα 35.
α) Να σχηματίσετε την Αριθμητική Πρόοδο.
β) Να υπολογίσετε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε, ώστε να έχουμε άθροισμα 330.

ΣΤ. ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ (ΜΟΝΟ ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΑ-ΕΓΓΡΑΨΙΜΑ-ΚΑΝΟΝΙΚΑ ΠΟΛΥΓΩΝΑ)

- Να βρείτε την **κεντρική γωνία** και τη γωνία κανονικού δωδεκαγώνου.
- Να βρείτε τη **γωνία** κανονικού πενταγώνου
- Να βρείτε το εμβαδόν κανονικού εξάγωνου εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας 5 cm
- Να αποδείξετε κάθε εγγεγραμμένος σε κύκλο ρόμβος είναι τετράγωνο.
- Να αποδείξετε κάθε εγγεγραμμένο σε κύκλο παραλληλόγραμμο είναι ορθογώνιο